Méthode de régularisation évanescente pour le problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique

Mohamed BOUKRAA, LMNO, Université de Caen Normandie

Laëtitia CAILLÉ, LMNO, Université de Caen Normandie

Franck DELVARE, LMNO, Université de Caen Normandie

Mots-clés : Problème de Cauchy, régularisation, équation biharmonique, méthode des solutions fondamentales

Nous nous intéressons à la résolution d'un problème de Cauchy associé à l'équation biharmonique. Ce problème est un problème mal posé au sens d'Hadamard, puisque la stabilité de sa solution par rapport aux conditions aux limites connues sur une partie de la frontière ne peut pas être garantie. De ce fait, il est nécessaire d'utiliser une technique de régularisation pour obtenir une solution stable. Nous utilisons, pour cela, la méthode de régularisation évanescente. Cette méthode inverse, qui a déjà été proposée pour les problèmes de Cauchy associés à l'équation de Laplace [1], à l'élasticité linéaire [2], à l'opérateur biharmonique [3] ou à l'équation d'Helmholtz [4], consiste à rechercher parmi toutes les solutions de l'équation d'équilibre celle qui s'approche au mieux des données. Le problème inverse est remplacé par une suite de problèmes d'optimisation bien posés. Les fonctionnelles sont composées d'un terme de relaxation, qui représente l'écart entre l'élément optimal et les conditions aux limites surabondantes et d'un terme de régularisation, qui agit sur toute la frontière et contrôle la distance entre le nouvel élément optimal et l'élément optimal obtenu à l'itération précédente. La solution, obtenue à la limite de cet algorithme de type point fixe, ne dépend pas d'un coefficient de régularisation, vérifie "l'équilibre" et est stable vis à vis du bruit sur les données. Il est montré que l'algorithme itératif ainsi proposé converge vers la solution du problème de Cauchy lorsque les données sont compatibles.
Dans cette communication, nous montrons comment la caractérisation en dimension finie des solutions de l'équation d'équilibre peut être obtenue en utilisant la méthode des solutions fondamentales, qui est une méthode sans maillage qui permet d'écrire l'approximation de la solution sous la forme d'une combinaison linéaire de solutions élémentaires de l'opérateur. Des tests numériques montrent la précision et la robustesse de la méthode. Les performances de la méthode ont ainsi été étudiées en fonction de la taille de la partie de la frontière où les données sont accessibles, de la position et du nombre de mesures, du niveau de bruit affectant les données et du nombre de solutions fondamentales utilisées.

Références

[1] A. Cimetière, F. Delvare, F. Pons, *Une méthode inverse avec régularisation évanescente*, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris, Tome IIb, 328, 639-644, (2000).

[2] F. Delvare, A. Cimetière, J.-L. Hanus, P. Bailly, *An iterative method for the Cauchy problem in linear elasticity with fading regularization effect*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199, 3336-3344, (2010).

[3] A. Eyimi Minto'o, *Sur un problème inverse de type Cauchy en théorie des plaques minces élastiques*, thèse de doctorat de l'Université de Poitiers, (2011).

[4] L. Caillé, F. Delvare, L. Marin, N. Michaux-Leblond, *Fading regularization MFS algorithm for the Cauchy problem associated with the two-dimensional Helmholtz equation* , International Journal of Solids and Structures, 125, 122-133, (2017).

Mohamed BOUKRAA, Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme. CNRS UMR 6139. Université de Caen Normandie BP 5186. 14032 Caen Cedex.
mohamed.boukraa@unicaen.fr
Laëtitia CAILLÉ, Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme. CNRS UMR 6139. Université de Caen Normandie BP 5186. 14032 Caen Cedex.
Laetitia.caille@unicaen.fr
Franck DELVARE, Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme. CNRS UMR 6139. Université de Caen Normandie BP 5186. 14032 Caen Cedex.
franck.delvare@unicaen.fr