

# Un problème quasi-linéaire singulier avec des conditions non linéaires de Robin

Imen CHOURABI  
LMRS, CNRS - Université de Rouen

On se propose d'établir un résultat d'existence dans le cadre plus général des conditions de Robin non linéaires, en étudiant le problème quasi-linéaire singulier suivant

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(B(x, u)\nabla u) + \lambda u = d(x, u, \nabla u) + f(x) & \text{dans } \mathcal{O}, \\ u = 0 & \text{sur } \Gamma_0, \\ (B(x, u)\nabla u)\nu + \rho h(u) = g & \text{sur } \Gamma_1, \end{cases}$$

où le domaine  $\mathcal{O}$  est un ouvert borné de  $\mathbb{R}^N$ , obtenu en éliminant d'un ouvert borné  $\mathcal{O}_0$  un fermé borné  $\mathcal{O}_1$ . Le bord de  $\mathcal{O}$  est la réunion de deux composantes disjointes  $\Gamma_0$  et  $\Gamma_1$  (toutes deux lipschitziennes). On considère les hypothèses suivantes :

H1)  $\lambda \geq 0$ .

H2)  $0 \leq f \in L^m(\mathcal{O})$ ,  $0 \leq g \in L^s(\Gamma_1)$ ,  $0 \leq \rho \in L^\infty(\Gamma_1)$ , avec  $m > \frac{N}{2}$  et  $s > N - 1$ .

H3)  $B$  est une fonction de Carathéodory et  $B(., t)$  est uniformément elliptique par rapport à  $t$ .

H4) La fonction  $h$  est croissante, uniformément différentiable et vérifie

$\exists q$  avec  $1 \leq q \leq \infty$  si  $N = 2$ , ou  $1 \leq q \leq \frac{N}{N-2}$  si  $N > 2$  tel que  $\forall s \in \mathbb{R}$ ,  $|h'(s)| \leq C(1+|s|^{q-1})$ .

H5) La fonction  $d$  est de Carathéodory et vérifie

$$\exists k \text{ tel que } 0 < k < 1, \forall x \in \mathcal{O}, \forall s \in \mathbb{R} \text{ et } \forall \xi \in \mathbb{R}^N, |d(x, s, \xi)| \leq c_1 \frac{|\xi|^2}{|s|^k}.$$

On prouve une propriété du Principe Fort du Maximum pour ce problème, ce qui démontre que, si  $d \geq 0$ , alors la solution  $u$  du problème est strictement positive dans  $\mathcal{O}$ .

## References

- [1] D. Giachetti, F. Murat, *Elliptic problems with a lower order terms having singular behaviour*, Boll. Unione Mat. Ital. (9) 2 (2009), no. 2, 349-370.
- [2] I. Chourabi, P. Donato, *Bounded solutions for a quasilinear singular problem with nonlinear Robin Boundary conditions*. Accepted for publication in Differential and Integral Equations.
- [3] L. Boccardo, F. Murat and J.P. Puel, *Résultats d'existence pour certains problèmes elliptiques quasilineaires*, Ann. Scuola Norm. Sup.11(1984), 213-235.