

Correspondance de Springer généralisée modulaire

Daniel Juteau
CNRS, LMNO

Partons du constat suivant : les classes de similitude de matrices nilpotentes de taille n d'une part, et les représentations irréductibles du groupe symétrique \mathfrak{S}_n d'autre part, sont paramétrées par les partitions de l'entier n (suites décroissantes d'entiers positifs de somme n). Dans [Sp], Springer a donné une explication conceptuelle de cette coïncidence dans un cadre plus général : il a établi un lien entre les représentations irréductibles d'un groupe de Weyl d'un groupe réductif G et la géométrie du cône nilpotent de son algèbre de Lie \mathfrak{g} . Le cas précédent est $G = GL_n$.

Si la correspondance de Springer est une bijection dans le cas de GL_n , il n'en est pas de même pour les autres types de groupes réductifs, comme les groupes classiques (spéciaux linéaires, spéciaux orthogonaux, symplectiques...). Pour comprendre le défaut de bijectivité de la correspondance de Springer, Lusztig a défini dans [Lu] une correspondance de Springer généralisée, qui fait intervenir non seulement le groupe de Weyl de G mais aussi des "groupes de Weyl relatifs". C'était une première étape dans sa théorie des faisceaux-caractères, qui a permis de décrire les caractères des groupes finis de type de Lie dans la plupart des cas.

Dans ma thèse, j'ai défini une correspondance de Springer pour les représentations modulaires du groupe de Weyl, c'est-à-dire sur un corps de caractéristique $\ell > 0$. Dans ce cas, même pour GL_n , la correspondance de Springer non généralisée n'est pas une bijection.

Dans mon exposé, je parlerai de mon travail en collaboration avec Achar, Henderson et Riche [AHJR1, AHJR2, AHJR3], où nous définissons une correspondance de Springer généralisée modulaire. Je me concentrerai sur le cas de GL_n , où l'on peut facilement décrire les aspects combinatoires.

Références

- [AHJR1] P. Achar, A. Henderson, D. Juteau et S. Riche, *Modular generalized Springer correspondence I : the general linear group*, preprint arXiv :1307.2702, à paraître dans J. Eur. Math. Soc.
- [AHJR2] P. Achar, A. Henderson, D. Juteau et S. Riche, *Modular generalized Springer correspondence II : classical groups*, preprint arXiv :1404.1096.
- [AHJR3] P. Achar, A. Henderson, D. Juteau et S. Riche, *Modular generalized Springer correspondence III : exceptional groups*, en préparation.
- [Lu] Lusztig, G. : *Intersection cohomology complexes on a reductive group*, Invent. Math. **75** (1984), 205–272.
- [Sp] Springer, T. A. : *Trigonometric sums, Green functions of finite groups and representations of Weyl groups*, Invent. Math. **36** (1976), 173–207.