ANALYSE De RÉSEAUX COMPLEXES De SYSTÈMES DE RÉACTION-DIFFUSION De TYPE FIZHUGH-NAGUMO

Van Long Em PHAN, B. Ambrosio, M.A. Aziz-Alaoui*
*LMAH, FR-CNRS-3335, ULH, ISCN,
Normandie Université, BP 540, 76058, Le Havre Cedex, France
pvlem6a2@gmail.com, benjamin.ambrosio@univ-lehavre.fr, aziz.alaoui@univ-lehavre.fr

RÉSUMÉ: On s'intéresse à un système complexe constitué d'un réseau de n neurones. Dans le réseau, chaque neurone est représenté par un système de type FitzHugh-Nagumo (FHN) obtenu par simplification du célèbre modèle de Hodgkin-Huxley (HH). Après avoir rappelé les bases physiologiques du modèle, et les hypothèses permettant de passer du modèle HH à FHN, on présente quelques résultats mathématiques sur le réseau. On s'intéresse d'abord à l'attracteur global du système complexe dans un cadre mathématique général, puis on montre des résultats de synchronisation, sous la forme de conditions suffisantes, valables pour différentes topologies du réseau, dans le cas de couplages bidirectionnels puis unidirectionnels. On finit par illustrer les comportements asymptotiques par des simulations numériques. Celles-ci permettent de mettre en évidence les relations entre le nombre de neurones (ici un neurone est un système EDP de FHN) et le seuil de synchronisation selon la topologie du réseau.

ABSTRACT: We are interested in a complex system consisting of a network of n neurons. In the network, each neuron is represented by a system of FitzHugh-Nagumo type (FHN) obtained by simplifying the famous Hodgkin-Huxley model (HH). After recalling the physiological basis of the model and the assumptions allowing to pass from HH to FHN model, we present some mathematical results on the network. First, we are interested in the global attractor of the complex system in a general mathematical framework then we show the results of synchronization, under the form of sufficient conditions, valid for different topologies, in the case of bidirectional and unidirectional couplings. We finally illustrate the asymptotic behaviors by numerical simulations. These allow to highlight the relationship between the number of neurons and the synchronization threshold according to the network topology.

Références:

[1] Ambrosio B., Aziz-Alaoui M.A., *Synchronization and control of coupled reaction-diffusion systems of the FitzHugh-Nagumo-type*, Computers and Mathematics with Applications 64(2012) 934-943.

[2] Ambrosio B., *Propagation d'ondes dans un milieu excitable: simulations numériques et approche analytique*, Thesis of Université Pierre et Marie Curie-Paris 6, 2009.

[3] Ambrosio B., Aziz-Alaoui M.A., *Synchronisation dans un réseau d'équations aux dérivées partielles de type FitzHugh-Nagumo*, EDP-2012.

[4] Ambrosio B., Aziz-Alaoui M.A., *Synchronization and control of a network of coupled reaction-diffusion systems of generalized FitzHugh-Nagumo type*, ESAIM: Proceedings, March 2013, Vol. 39, p. 15-24.

[5] Aziz-Alaoui M.A., *Synchronization of Chaos*, Encyclopedia of Mathematical Physics, Elsevier,

Vol. 5, pp : 213-226, (2006).
[6] Bard Ermentrout G., David H. Terman, *Mathematical Foundations of Neurosciences*, Springer, 2009.
[7] Belykh I., Belykh V., Hasler M., *Hierarchy and stability of partially synchronous oscillations of diffusively coupled dynamical systems*, Physical Review E, V. 62, N5, 6332-6345, 2000.
[8] Belykh V., Belykh I., Hasler M., *Connection graph stability method for synchronized coupled chaotic systems*, Physica D 159, 159-187, 2004.
[9] Belykh I., Hasler M., Mauret M., Nijmeijer H., *Synchronization and graph topology*, Int. Jour. Bif. Chaos, vol 15, n11, 3423-3433, 2005.
[10] Belykh I., De Lange E., Hasler M., *Synchronization of bursting neurons: What maters in the network topology*, Phys. Rev. Lett. 188101, 2005.
[11] Corson Nathalie, Aziz Alaoui M.A., *Dynamique d'un modèle neuronal, synchronisation et complexité*, Thesis of the University of Le Havre, 2009.
[12] Corson Nathalie, Aziz Alaoui M.A., *Complex emergent properties in synchronized neuronal oscillations*, in M.A.A. and C. Bertelle (eds.): From System Complexity to Emergent Properties, Spring, pp: 243-259.
[13] Eugene M. Izhikevich, *Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting*, The MIT Press, Cambrige, Massachusetts, London, England, 2005.
[14] Hodgkin A.L. and Huxley A.F., *A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve*, J. Physiol.117, (1952)500-544.
[15] Izhikevich E.M., *Dynamical Systems in Neuroscience*, The MIT Press, 2007.
[16] Keener J.P. and Sneyd J., *Mathematical Physiology*, Springer, 2009.
[17] Lawrence C. Evans, *Partial Differential Equations*, American Mathematical Society, 1999.
[18] Marion M., *Finite Dimensional Attractors Associated with Partly Dissipative Reaction-Diffusion Systems*, S IAM J. Appl. Math, 20(4): 816 844, July 1989.
[19] Murray J.D., *Mathematical Biology*, Springer, 2010.
[20] Nagumo J., Arimoto S. and Yoshizawa S., *An active pulse transmission line simulating nerve axon*, Proc. IRE. 50 (1962)2061-2070.
[21] Phan Van Long Em, Thesis in preparation, University of Le Havre.
[22] Temam R., *Infinite Dynamical Systems in Mechanics and Physics*, Springer, 1988.