Symétries d'équations aux dérivées partielles et équations différentielles stochastiques

Hélène Quintard

12 juin 2014
Journée Normandie Mathématiques

Après une présentation de la méthode de Harrison-Estabrook [2] pour la recherche de symétries d'une équation aux dérivées partielles, nous déterminerons les symétries de l'équation :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\gamma}{2}\frac{\partial^2 \eta}{\partial q^2} + V\eta. \tag{1}$$

dans le cas du potentiel $V = C/q^2 + Dq^2$; ce potentiel apparaît dans la paramétrisation du modèle de taux d'intérêt à un paramètre [1, 3], modèle caractérisé par l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\mathrm{d}\, r(t) = \sqrt{\alpha r(t) + \beta}\, \mathrm{d}\, w(t) + (\phi - \lambda r(t))\, \mathrm{d}\, t,$$

par un processus de Schrödinger [4], solution de l'équation différentielle stochastique :

$$\mathrm{d}\, z(t) = \sqrt{\gamma}\, \mathrm{d}\, w(t) + \widetilde{B}(t, z(t))\, \mathrm{d}\, t, \tag{2}$$

où

$$\widetilde{B}(t,q) = \gamma \frac{\partial}{\partial q} \ln \eta(t,q), \text{ avec } \eta \text{ une solution de (1) .} \tag{3}$$

Ce travail est le produit d'une collaboration avec Paul Lescot (LMRS, Rouen) et Jean-Claude Zambrini (GFM, Lisbonne).

References

[1] D Duffie and Rui Kan. A yield-factor model of interest rates. *Mathematical Finance*, 6:379–406, 1996.

[2] B. Kent Harrison and Frank B. Estabrook. Geometric Approach to Invariance Groups and Solution of Partial Differential Systyems. *Journal Of Mathematical Physics*, April 1971.

[3] B. Leblanc and O. Scaillet. Path dependent options on yields in the affine term structure model. *Finance and Stochastics*, 1998.

[4] M. Thieullen and J.-C. Zambrini. Probability and quantum symmetries I. the thoerem of Noether in Schrödinger's euclidien quantum mechanics. *Annales de l'IHP (Physique Théorique)*, 1997.