MARCHES AU HASARD SUR DES GRAPHES ALÉATOIRES ENGENDRÉS PAR DES PROCESSUS PONCTUELS DANS $\mathbb{R}^d$

ARNAUD ROUSSELLE[†]

Dans cet exposé, on considère des marches à conductances sur des graphes dépendant de la géométrie d'un ensemble aléatoire, infini et localement fini de points. Plus précisément, étant donnée une réalisation d'un processus ponctuel simple dans $\mathbb{R}^d$, un graphe $G = (S, A)$, connexe, infini, localement fini, est construit à partir de la géométrie de cette réalisation et de règles déterministes (squelette de la mosaïque de Voronoĭ, triangulation de Delaunay, graphe de Gabriel, "*creek-crossing graphs*", ...). Ce graphe est ensuite muni d'une fonction de conductance C, c'est-à-dire une fonction strictement positive et symétrique sur son ensemble d'arêtes A. La marche aléatoire sur G associée à C est la chaîne de Markov homogène en temps $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dont les probabilités de transition sont données par :

$$\mathbb{P}\big[X_{n+1} = v \big| X_n = u\big] = \frac{C(u,v)}{w(u)},$$

où $w(u) := \sum_{v\sim u} C(u,v)$.

Deux critères généraux pour la récurrence ou la transience presque-sûre de telles marches seront présentés. Les preuves de ces résultats s'appuient sur une analogie bien connue entre les marches aléatoires et les réseaux électriques, ainsi que sur une comparaison avec les marches aléatoires sur les amas de percolation en régime sur-critique dans $\mathbb{Z}^d$ pour $d \geq 3$. Sous des hypothèses convenables sur le processus ponctuel sous-jacent et la fonction de conductance, on montre que les marches aléatoires sur la triangulation de Delaunay, le graphe de Gabriel et le squelette de la mosaïque de Voronoĭ engendrés par presque toute réalisation de ce processus ponctuel sont récurrentes si $d = 2$ et transientes si $d \geq 3$.

On peut également s'intéresser au comportement du processus mis à l'échelle diffusive $(\varepsilon X_{\lfloor \varepsilon^{-2} n\rfloor})_{n\geq 0}$ quand ε tend vers 0. On présentera un principe d'invariance (convergence vers un mouvement brownien) pour des marches partant de l'origine sur la triangulation de Delaunay et le graphe de Gabriel engendrés par les versions de Palm de certains processus ponctuels.

[†]Université de Rouen, département de Mathématiques, Laboratoire de Mathématiques Raphaël Salem ; Saint-Étienne-du-Rouvray, France ;

E-mail address: `arnaud.rousselle1@univ-rouen.fr`