Sur les premiers chiffres d'un entier pris au hasard

Élise JANVRESSE,
LMRS CNRS-Université de Rouen

En 1966, B.J. Flehinger publiait un article dans lequel elle montrait que, dans un sens à préciser, la proportion des entiers dont le premier chiffre significatif est i (écrit en base 10) est $\log_{10}(1 + 1/i)$. Elle donne ainsi un énoncé précis et une preuve rigoureuse de la célèbre loi de Benford. Cependant, en dépit de son titre « *On the probability that a random integer has initial digit A* », ce papier ne considère en réalité que des situations déterministes. En effet, il est impossible de « *piocher un entier au hasard de manière uniforme* » !

Je décrirai une méthode pour choisir un ensemble aléatoire d'entiers, tel que la moyenne le long de ces entiers donne un sens raisonnable à l'expression « *la probabilité qu'un entier aléatoire possède telle ou telle propriété* ». Cela permet en particulier de donner une interprétation véritablement probabiliste du résultat de Flehinger. Je ferai aussi le lien entre cette moyenne le long d'entiers aléatoires et diverses notions de densités pour des sous-ensembles infinis d'entiers naturels.

Il s'agit d'un travail en collaboration avec Thierry de la Rue.

Bibliographie

1. B. J. Flehinger, *On the probability that a random integer has initial digit A*, Amer. Math. Monthly 73 (1966), 1056–1061
2. É. Janvresse, T. de la Rue, *From uniform distributions to Benford's law*, J. Appl. Probab. 41 (2004), no. 4, 1203–1210.
3. R. Giuliano, É. Janvresse, *A unifying probabilistic interpretation of Benford's Law*. Uniform Distribution Theory 5 No 2, 2010, 169-182.
4. É. Janvresse, T. de la Rue, *Averaging along Uniform Random Integers*. Uniform Distribution Theory 7 No 2, 2012, 35-60.